B - GRUBU

1) $[p \Leftrightarrow q']' \equiv [(p \Rightarrow q') \wedge (q' \Rightarrow p)]'$, $\Leftrightarrow$ tanımı

$\equiv [(p' \vee q') \wedge ((q')' \vee p)]'$, $\Rightarrow$ tanımı

$\equiv \{(p' \vee q') \wedge (q \vee p)\}'$

$\equiv [((p' \vee q') \wedge q) \vee ((p' \vee q') \wedge p)]'$, dağılma öz.

$\equiv [((p' \wedge q) \vee \underbrace{(q' \wedge q)}_{0}) \vee (\underbrace{p' \wedge p}_{0}) \vee (q' \wedge p))]'$, dağılma öz.

$\equiv [(p' \wedge q) \vee (q' \wedge p)]'$

$\equiv (p \vee q') \wedge (q \vee p')$, De Morgan

$\equiv (q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q)$, $\Rightarrow$ tanımı

$\equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$, değişme öz.

$\equiv p \Leftrightarrow q$, $\Leftrightarrow$ tanımı

2) $p: 3 \nmid x$ $\qquad p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$

$q: 18 \nmid x$

$18 | x \Rightarrow \exists k \in \mathbb{Z} \ni x = 18k$

$\Rightarrow \exists k \in \mathbb{Z} \ni x = 3(6k)$

$\Rightarrow 3 | x$

$\therefore p \Rightarrow$ önermesi doğrudur.

3) • $\forall x \in \mathbb{R}$, $y = 1 \in \mathbb{Z}$ için eşitlik sağlanır.

$[\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{Z}, xy = x|y|] \equiv 1$

$x = 0$ için sağlanmıyor.

$[\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{Z}, \frac{x}{y} = 5] \equiv 0$

$\Rightarrow 1 \wedge 0 \equiv 0$

$[\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{Z}, xy = x|y| \wedge \frac{x}{y} = 5]' \equiv [\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{Z}, xy \neq x|y| \vee \frac{x}{y} \neq 5]$

• Bir $x_0 \in \mathbb{R}$ için $\left|\frac{y}{x_0}\right| = -\frac{y}{x_0}$ eşitliği $\forall y \in \mathbb{R}$ için sağlanmaz.

$$\left.\begin{array}{l} \left[\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \left|\frac{y}{x}\right| = -\frac{y}{x}\right] \equiv 0 \\ x = 2 \text{ için } y = \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z} \text{ olduğundan} \\ \left[\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z}, x = 2y+1\right] \equiv 0 \end{array}\right\} 0 \Rightarrow 0 \equiv 1$$

$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ kullanılırsa

$$\left[\left[\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \left|\frac{y}{x}\right| = -\frac{y}{x}\right] \Rightarrow \left[\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z}, x = 2y+1\right]\right]' \equiv$$

$$\left[\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \left|\frac{y}{x}\right| = -\frac{y}{x}\right] \wedge \left[\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{Z}, x \neq 2y+1\right]$$

4) • $A \cup B = \emptyset$ olsun.

$$\left.\begin{array}{l} A \subseteq A \cup B = \emptyset \\ \emptyset \subseteq A \end{array}\right\} \Rightarrow A = \emptyset \qquad \left.\begin{array}{l} B \subseteq A \cup B = \emptyset \\ \emptyset \subseteq B \end{array}\right\} \Rightarrow B = \emptyset$$

$$\therefore A = \emptyset \wedge B = \emptyset$$

• $A = \emptyset$ ve $B = \emptyset$ olsun.

$$\left.\begin{array}{l} A = \emptyset \\ B = \emptyset \end{array}\right\} \Rightarrow A \cup B = \emptyset$$

$$\therefore A \cup B = \emptyset$$